

Flächeninhalt von Dreiecken

Übungen

Antje Schönich

Thema	Übungen zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken
Stoffzusammenhang	Flächeninhalt von Dreiecken
Jahrgangsstufe	6
Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche	Raum und Form, Messen
Prozessbezogene Kompetenzen	Modellieren, Probleme lösen, Kommunizieren, Argumentieren

Intention

In der Unterrichtseinheit sollen die Lernenden ihr Verständnis für Flächeninhalte vertiefen und insbesondere die Flächenformel für Dreiecke in vielfältigen Situationen anwenden.

Vorkenntnisse

Die Lernenden kennen Dreiecke als geometrische Formen sowie die Formel $A = \frac{1}{2} g \cdot h$ für den Flächeninhalt von Dreiecken.

Methodische Hinweise

Die Übungseinheit wird in Form eines Lernzirkels organisiert. Jeder Lernende erhält sechs Aufgaben zu verschiedenen Anwendungen der Flächenberechnung von Dreiecken. Die Aufgaben besitzen unterschiedliche Schwierigkeitsniveaus, die jeweils mit Sternen gekennzeichnet sind (* leicht, ** mittel, *** schwierig).

Die Lernenden wählen selbstständig aus, welche Aufgaben sie bearbeiten möchten. Sie beschäftigen sich mit den Aufgaben eigenständig in Einzel-, Partner- und Kleingruppenarbeit.

Die Lehrkraft legt mögliche Lösungen der Aufgaben aus, die von den Lernenden zur Kontrolle ihrer Überlegungen und Ergebnisse eingesehen werden können.

Im Rahmen der Hausaufgaben arbeiten die Lernenden an den Aufgaben weiter.

Übung zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken
Aufgabe 1

Wie ändert sich der Flächeninhalt eines Dreiecks, wenn man...

- a) die Länge einer Seite verdoppelt, die zugehörige Höhe aber beibehält?
- b) die Länge einer Höhe verdoppelt, die zugehörige Grundlinie aber beibehält?
- c) die Länge einer Seite und die der zugehörigen Höhe verdoppelt?

**

Übung zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken
Aufgabe 2

Das Verkehrszeichen „Vorfahrt gewähren!“ ist 90 cm breit und 78 cm hoch. Das achteckige Stoppschild ist $1,02\text{ m}$ breit, jede Kante misst 42 cm . Berechne die Flächeninhalte der beiden Verkehrsschilder.

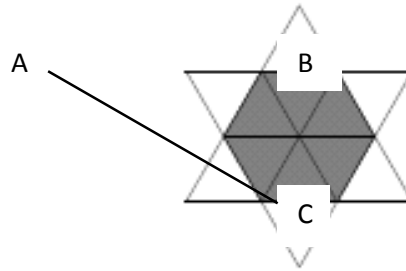


**

Übung zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken

Aufgabe 3

Ein gleichseitiges Dreieck hat drei gleich lange Seiten. Welchen Flächeninhalt hat der skizzierte Stern, der aus lauter gleichseitigen Dreiecken zusammengesetzt ist, wenn die Strecke $[AB]$ $4,5\text{ cm}$ und die Strecke $[AC]$ $5,2\text{ cm}$ misst?



*

Übung zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken

Aufgabe 4

Berechne den Flächeninhalt eines Dreiecks mit

- a) $a = 7,2\text{ cm}; h_a = 4,4\text{ cm}$
- b) $a = 23\text{ cm}; h_a = 86\text{ mm}$
- c) $a = 42,5\text{ cm}; h_a = 0,32\text{ m}$

Übung zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken Aufgabe 5

Südamerika hat ungefähr die Form eines Dreiecks. Bestimme näherungsweise den Flächeninhalt des Kontinents.



Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fd/Suedamerika_topo.png

Übung zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken
Aufgabe 6

Von einem Dreieck sind der Flächeninhalt und eine Seitenlänge bzw. eine Höhe gegeben. Berechne die zugehörige Höhe bzw. Seitenlänge.

- a) $A = 32 \text{ cm}^2$; $a = 4 \text{ cm}$
- b) $A = 360 \text{ dm}^2$; $h_b = 18 \text{ dm}$
- c) $A = 77 \text{ cm}^2$; $c = 1,4 \text{ dm}$

Lösung zu Aufgabe 1:

a) Die Formel für den Flächeninhalt (wenn wir die Seite a betrachten) ist:

$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$. Wir verdoppeln nun die Seite a , setzen also $2a$ anstatt a ein.

Daraus folgt: $A_{neu} = \frac{2a \cdot h_a}{2} = 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = 2 \cdot A$

Der Flächeninhalt hat sich also verdoppelt.

b) Die Formel für den Flächeninhalt (wenn wir die Seite a betrachten) ist:

$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$. Wir verdoppeln nun die Höhe, setzen also $2h_a$ anstatt h_a ein.

Daraus folgt: $A_{neu} = \frac{a \cdot 2h_a}{2} = 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = 2 \cdot A$.

Der Flächeninhalt hat sich also verdoppelt.

c) Die Formel für den Flächeninhalt (wenn wir die Seite a betrachten) ist:

$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$. Wir verdoppeln nun die Höhe und die Seite a , setzen also $2h_a$ anstatt h_a ein und $2a$ anstatt a .

Daraus folgt: $A_{neu} = \frac{2a \cdot 2h_a}{2} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = 4 \cdot A$.

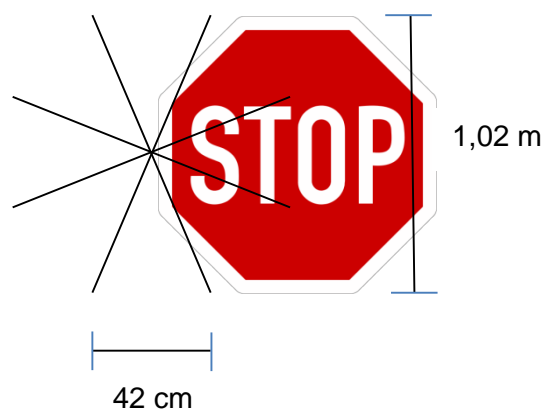
Der Flächeninhalt hat sich also vervierfacht.

Lösung zu Aufgabe 2:

Da die Breite von dem „Vorfahrt gewähren!“-Schild 90 cm und die Höhe 78 cm ist,

gilt: $A = \frac{90 \text{ cm} \cdot 78 \text{ cm}}{2} = \frac{7020 \text{ cm}^2}{2} = 3510 \text{ cm}^2$

Das Stoppschild könnte man folgendermaßen zerlegen (eine andere Zerlegung ist auch möglich):



Die 8 kleinen Dreiecke haben also jeweils die Seitenlänge 42 cm und die Höhe 51 cm (hier müssen wir die Hälfte von $1,02 \text{ m}$ nehmen). Also gilt für den Flächeninhalt von einem kleinen Dreieck:

$A = \frac{42 \text{ cm} \cdot 51 \text{ cm}}{2} = \frac{2142 \text{ cm}^2}{2} = 1071 \text{ cm}^2$.

Da in dem Schild 8 Dreiecke enthalten sind, hat das Schild einen Flächeninhalt von $8 \cdot 1071 \text{ cm}^2 = 8568 \text{ cm}^2$.

Lösung zu Aufgabe 3:

Der Stern enthält 12 der kleinen Dreiecke. Die Höhe der kleinen Dreiecke entspricht einem Viertel von der Strecke $[AC]$, also $5,2 \text{ cm} : 4 = 1,3 \text{ cm}$.

Die Länge einer Seite des Dreiecks entspricht einem Drittel von der Strecke $[AB]$, also $4,5 \text{ cm} : 3 = 1,5 \text{ cm}$.

Der Flächeninhalt von dem kleinen Dreieck ist also

$$A = \frac{1,5 \text{ cm} \cdot 1,3 \text{ cm}}{2} = \frac{15 \text{ mm} \cdot 13 \text{ mm}}{2} = \frac{195 \text{ mm}^2}{2} = 97,5 \text{ mm}^2.$$

Der Stern hat also einen Flächeninhalt von

$$12 \cdot 97,5 \text{ mm}^2 = 1170 \text{ mm}^2 = 11,7 \text{ cm}^2.$$

Lösung zu Aufgabe 4:

a) $a = 7,2 \text{ cm}; \quad h_a = 4,4 \text{ cm}$

$$A = \frac{7,2 \text{ cm} \cdot 4,4 \text{ cm}}{2} = \frac{72 \text{ mm} \cdot 44 \text{ mm}}{2} = \frac{3168 \text{ mm}^2}{2} = 1584 \text{ mm}^2 \\ = 15,84 \text{ cm}^2.$$

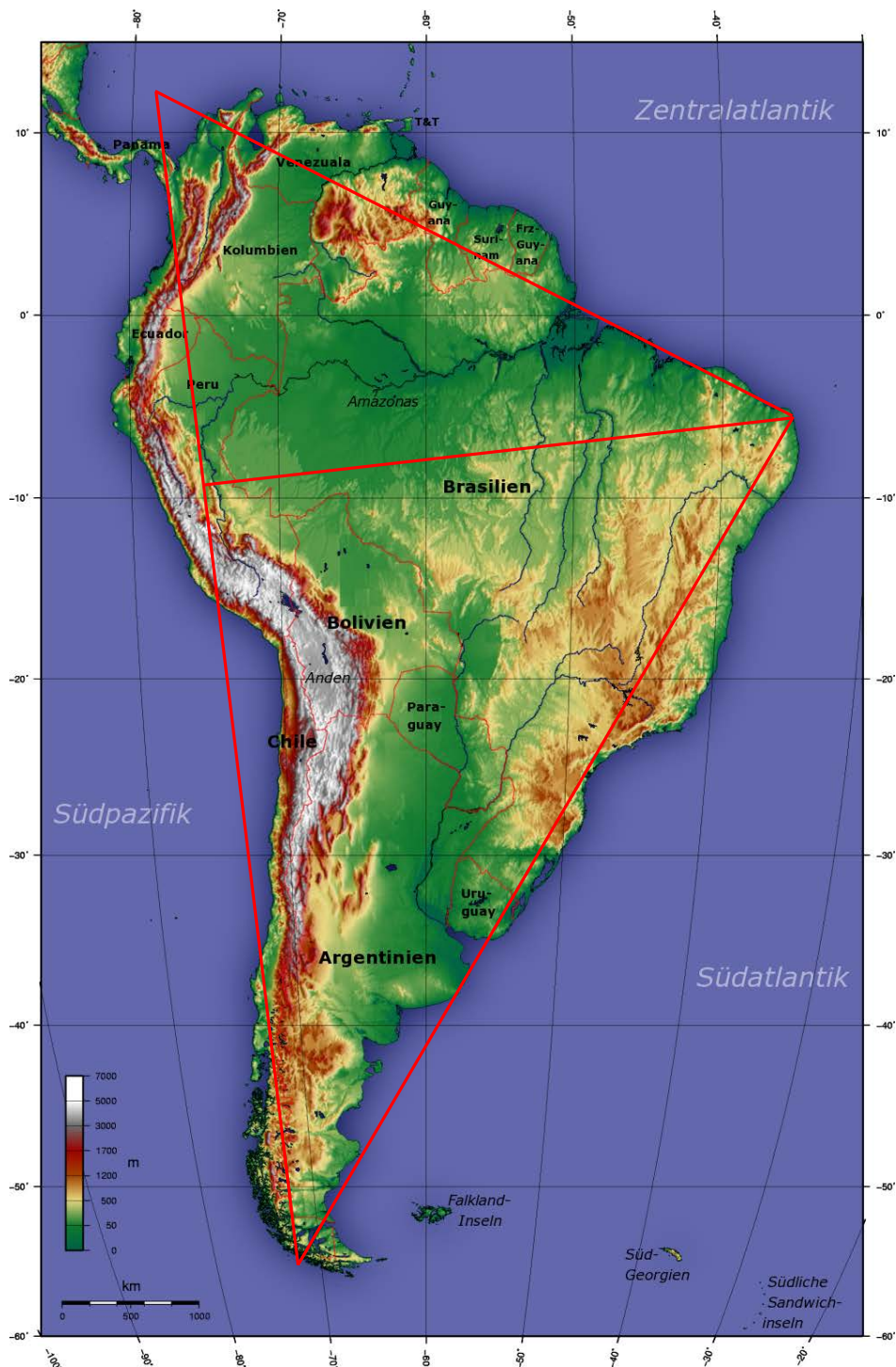
b) $a = 23 \text{ cm}; \quad h_a = 86 \text{ mm}$

$$A = \frac{23 \text{ cm} \cdot 86 \text{ mm}}{2} = \frac{230 \text{ mm} \cdot 86 \text{ mm}}{2} = \frac{19780 \text{ mm}^2}{2} = 9890 \text{ mm}^2 = 98,9 \text{ cm}^2.$$

c) $a = 42,5 \text{ cm}; \quad h_a = 0,32 \text{ m}$

$$A = \frac{42,5 \text{ cm} \cdot 0,32 \text{ m}}{2} = \frac{425 \text{ mm} \cdot 320 \text{ mm}}{2} = \frac{136000 \text{ mm}^2}{2} = 68000 \text{ mm}^2 = 680 \text{ cm}^2.$$

Lösung zu Aufgabe 5:



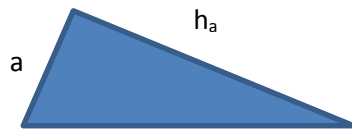
Die längste Seite des eingezeichneten Dreiecks misst $16,5 \text{ cm}$, die Höhe von dieser Seite misst $8,5 \text{ cm}$. Mit dem Maßstab wissen wir, dass 2 cm 1000 km entsprechen. Die Länge des Dreiecks ist also 8250 km und die Höhe 4250 km .

Der Flächeninhalt beträgt also $\frac{8250 \text{ km} \cdot 4250 \text{ km}}{2} = \frac{35062500 \text{ km}^2}{2} = 17531250 \text{ km}^2$.

Dein Ergebnis kann davon natürlich ein bisschen abweichen, sollte sich aber zwischen 17000000 km^2 und 18500000 km^2 bewegen. Der wirkliche Flächeninhalt Südamerikas beträgt übrigens 17840000 km^2 .

Lösung zu Aufgabe 6:

- a) Wir machen zuerst eine Skizze von dem Dreieck, damit wir uns das Problem besser vorstellen können.



Wir suchen also die Länge der Höhe h_a . Dazu verdoppeln wir zuerst das Dreieck und erhalten ein Parallelogramm, dieses hat nun den Flächeninhalt $2 \cdot 32 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2$. Den Flächeninhalt vom Parallelogramm können wir berechnen, indem wir eine Seite mit der zugehörigen Höhe multiplizieren. Da wir jetzt aber die Höhe herausfinden möchten, müssen wir die Umkehraufgabe rechnen, also $64 \text{ cm}^2 : 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$. Die Höhe misst also 16 cm .

- b) Hier können wir genauso rechnen wie bei der a). $360 \text{ dm}^2 \cdot 2 = 720 \text{ dm}^2$ und $720 \text{ dm}^2 : 18 \text{ dm} = 40 \text{ dm}$. Die Seite b ist also 40 dm lang.
- c) Hier gilt $77 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 154 \text{ cm}^2$. Und ebenso gilt $154 \text{ cm}^2 : 14 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$. Die Höhe h_c beträgt also 11 cm .